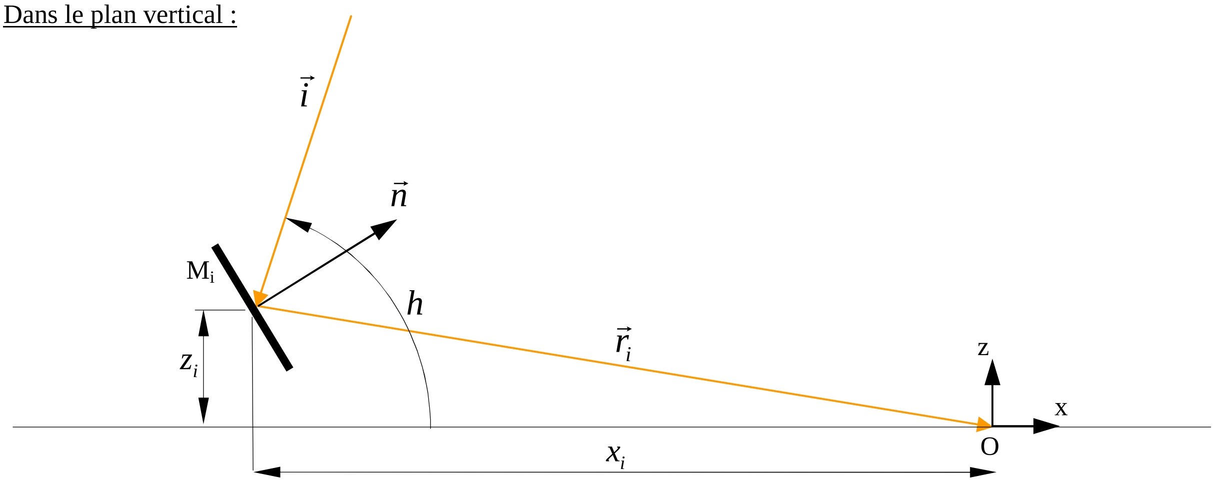
Etude réalisée par Luc DANDO en juin 2024 :
https://www.linkedin.com/in/luc-dando-0513aa55/

Calcul d'orientation des miroirs

Hypothèses :

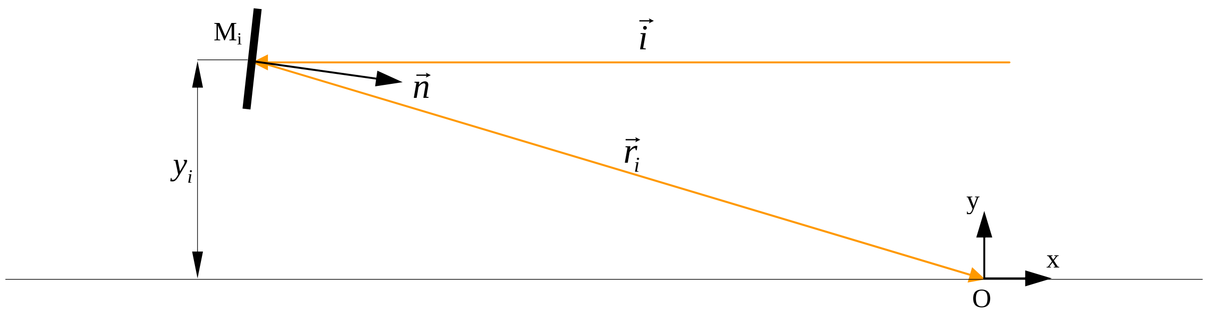
nous nous plaçons dans le repère tournant poursuivant le soleil en pivotant sur un axe vertical

Dans le plan vertical :



Dans le plan horizontal :

$\vec{i}$ est toujours dans la direction -Ox puisqu'il y a poursuite en azimut



Vecteur unitaire du rayon incident solaire : $\vec{i} \left| \begin{array}{c} -\cos(h) \\ 0 \\ -\sin(h) \end{array} \right.$

notons que ce rayon incident $\vec{i}$ n'est pas indicé (i) car il a toujours la même direction, il vient du soleil.

Pour chaque miroir $M_i(x_i, y_i, z_i)$ le vecteur unitaire $\vec{r}_{iu}$ à pour coordonnées : $\dfrac{1}{\|\vec{r}_i\|}\begin{vmatrix}0-x_i\\0-y_i\\0-z_i\end{vmatrix}$

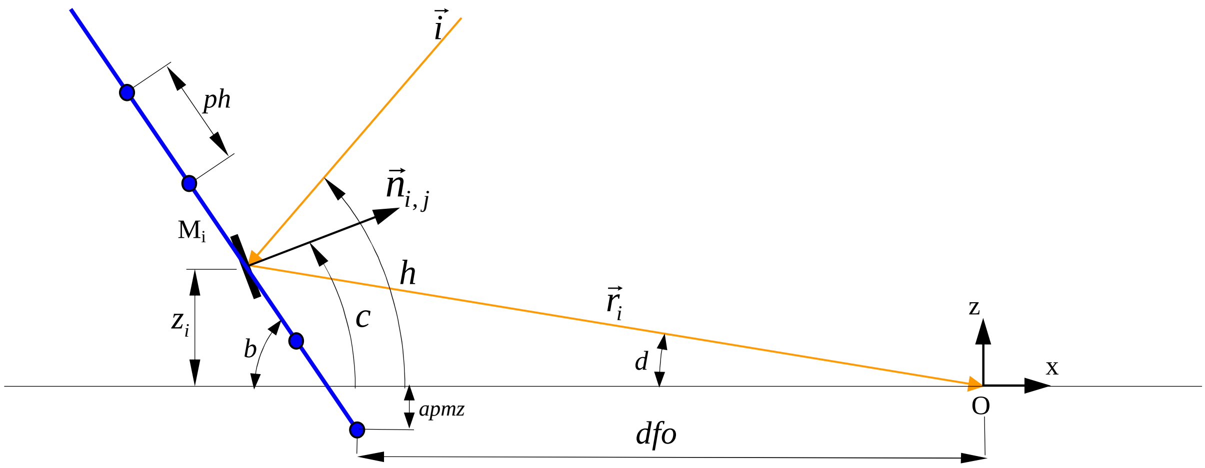
Orientation idéale des miroirs

Il suffit alors d'écrire : $\vec{n}_{idéale} = \vec{r}_{iu} - \vec{i}$ avec $\vec{r}_{iu}$ et $\vec{i}$ de même norme pour trouver l'orientation du miroir M_i

notons que $\vec{n}_{idéale}$ n' est pas de norme 1. On distingue ici $\vec{r}_{iu}$ et $\vec{r}_i$ tel que $\vec{r}_{iu} = \dfrac{\vec{r}_i}{\|\vec{r}_i\|}$.

Notons que $\vec{n}_{idéale}$ est fonction de h, il est donc différent pour chaque hauteur solaire

$$\vec{n}_{idéale}\begin{vmatrix}-x_i/\|\vec{r}_i\| + \cos(h)\\ -y_i/\|\vec{r}_i\|\\ -z_i/\|\vec{r}_i\| + \sin(h)\end{vmatrix} \qquad \text{avec} \qquad \|\vec{r}_i\| = \sqrt{x_i^{\,2} + y_i^{\,2} + z_i^{\,2}}$$



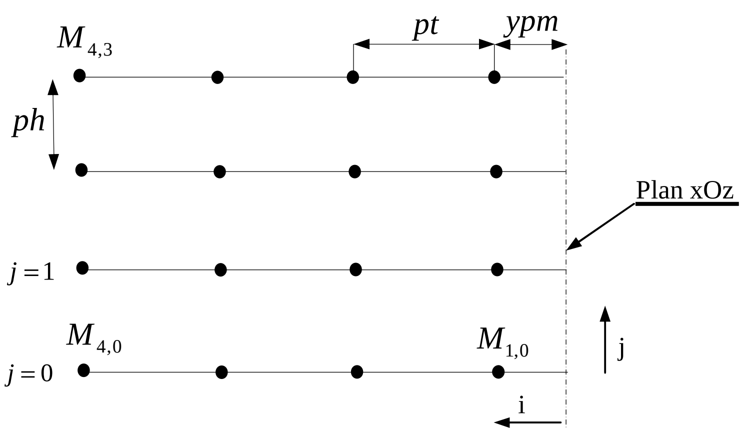
Concentrateur générique paramétré

- Plus petite distance focale projetée en x.. : dfo
- Altitude z du premier miroir .... : apmz
- Pas en hauteur entre miroirs .... : ph
- Pas en largeur entre miroirs .... : pt
- Position y du premier miroir .... : ypm
- Angle de cadre / plan horizontal .... : b

Dans la pratique, nous définirons l'angle **b** du cadre, tel que le rayon incident solaire soit perpendiculaire au cadre lorsqu'il est à la moitié de sa hauteur de travail. Par exemple pour une latitude où la hauteur solaire maxi est de 70° et que l'on veut commencer à capter le soleil à 20° de hauteur, l'angle b vaudra: $b = \dfrac{70+20}{2} = 45°$

Position des centres de miroirs dans l'espace

Cadre vu en vraie grandeur



Coordonnées des centres de miroirs

$$M_{i,j}\left|\begin{array}{l} -dfo - j\cdot ph\cdot\cos(b) \\ (i-1)\,pt + ypm \\ j\cdot ph\cdot\sin(b) + apmz \end{array}\right.$$

Défaut d'orientation des miroirs externes engendrés par la cinématique

La cinématique consistant à faire tourner l'ensemble des miroirs d'une même barre horizontale seulement autour de l'axe Oy engendre une dispersion au foyer dans le sens **y** d'autant plus importante que les miroirs sont loin du plan xOz.

Le réglage de pointage s'effectue à la hauteur solaire moyenne de travail, à savoir h = 45° dans notre cas.

$\vec{n}_{idéale} = \vec{r}_i - \vec{i}$ le rayon réfléchi $\vec{r}_i = \vec{n}_{ideal} + i$ $\vec{n}$ n'est idéal qu'à la hauteur de réglage, on l'appellera alors $\vec{n}_{idéale(45)}$, avant et après, ce vecteur subit une rotation autour de Oy de +/- 12,5°

Coordonnées du rayon réfléchi obtenu pour h = 70° et $\theta = \dfrac{h - h_{regl}}{2} = 12{,}5°$

$$\vec{n}_{rot(\theta)} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\dfrac{x_i}{\|\vec{r}_i\|} + \cos(h_{regl}) \\ -\dfrac{y_i}{\|\vec{r}_i\|} \\ -\dfrac{z_i}{\|\vec{r}_i\|} + \sin(h_{regl}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cdot\left(\cos(h_{regl}) - \dfrac{x_i}{\|\vec{r}_i\|}\right) + \sin\theta\cdot\left(\sin(h_{regl}) - \dfrac{z_i}{\|\vec{r}_i\|}\right) \\ -\dfrac{y_i}{\|\vec{r}_i\|} \\ -\sin\theta\cdot\left(\cos(h_{regl}) - \dfrac{x_i}{\|\vec{r}_i\|}\right) + \cos\theta\cdot\left(\sin(h_{regl}) - \dfrac{z_i}{\|\vec{r}_i\|}\right) \end{bmatrix}$$

Notons que lorsque $\vec{n}_{idéale(45)}$ tourne de $\theta°$ pour devenir $\vec{n}_{rot(\theta)}$ il ne change pas de norme, par contre, sa norme n'est plus la norme de la somme des 2 vecteurs unitaires $\vec{r}_{iu} - \vec{i}_{70°}$ car l'angle relatif entre ce 2 vecteurs a changé. Nous devons donc faire apparaitre un coefficient k tel que :

$$k\cdot\left\|\vec{r}_{iu} - \vec{i}_{70°}\right\| = \left\|\vec{n}_{ideal(45°)}\right\|$$

ceci est une condition nécessaire et suffisante pour que $\vec{n}_{rot(\theta)}$ reste la première bissectrice des vecteurs $\vec{r}_{iu}$ et $-\vec{i}_{70°}$

Calcul du coefficient k

$$\left\|\vec{n}_{ideal(45°)}\right\| = \sqrt{\left[\frac{-x_i}{\left\|\vec{r}_i\right\|}+\cos(h_{regl})\right]^2+\left[\frac{-y_i}{\left\|\vec{r}_i\right\|}\right]^2+\left[\frac{-z_i}{\left\|\vec{r}_i\right\|}+\sin(h_{regl})\right]^2}$$

$$\left\|\vec{r}_{iu}-\vec{i}_{70°}\right\| = \sqrt{\left[\frac{-x_i}{\left\|\vec{r}_i\right\|}+\cos(70)\right]^2+\left[\frac{-y_i}{\left\|\vec{r}_i\right\|}\right]^2+\left[\frac{-z_i}{\left\|\vec{r}_i\right\|}+\sin(70)\right]^2}$$

$$k = \frac{\left\|\vec{n}_{ideal(45°)}\right\|}{\left\|\vec{r}_{iu}-\vec{i}_{70°}\right\|}$$

Ici le vecteur $\vec{r}_{iu}$ donnera la direction du rayon réfléchi portant le défaut de la cinématique, il ne passera donc pas exactement par le foyer. La mesure de ce défaut permettra de le corriger par une manœuvre en rotation.

$$\vec{r}_{iu} = \frac{\vec{n}_{rot(\theta)}}{k}+\vec{i}$$

Vérification pour le miroir $\mathbf{M_{9,12}}$

coordonnées du centre : $\begin{vmatrix} -9140 \\ -2998 \\ 2540 \end{vmatrix}$ coordonnées de rayon réfléchi idéal $\vec{r}_i$ pour h = 45° $\begin{vmatrix} 9140 \\ 2998 \\ -2540 \end{vmatrix}$

vecteur normal idéal à h = 45° : $\begin{vmatrix} 1{,}625811 \\ 0{,}301358 \\ 0{,}451832 \end{vmatrix}$ résultat de $\vec{n}_{idéale} = \vec{r}_{iu} - \vec{i}$

rotation du vecteur de 12,5° vers le haut pour h = 70°

matrice de rotation : $\begin{bmatrix} 0{,}976296 & 1 & -0{,}216439 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0{,}216439 & 1 & 0{,}976296 \end{bmatrix}$ vecteur $\vec{n}_{rot(\theta)}$ après rotation : $\begin{vmatrix} 1{,}489479 \\ 0{,}301358 \\ 0{,}793012 \end{vmatrix}$

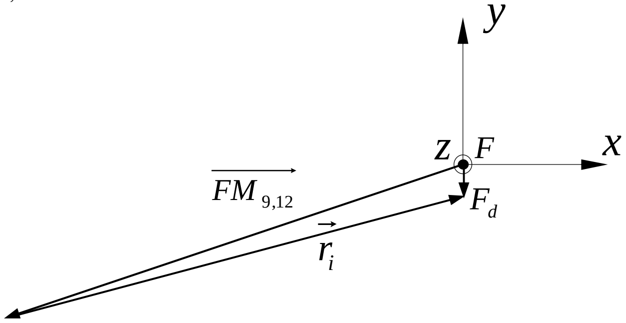
en divisant par k : $\begin{vmatrix} 1{,}273737 \\ 0{,}257716 \\ 0{,}678143 \end{vmatrix}$ + i = $\begin{vmatrix} 1{,}273737 - \cos(70°) = 0{,}931707 \\ 0{,}257716 - 0 = 0{,}257716 \\ 0{,}678143 - \sin(70°) = 0{,}261549 \end{vmatrix}$

Pour trouver les dispersions en Y et Z dans le plan focal, il faut maintenant multiplier ce vecteur $\vec{r}_{iu}$ par un coefficient tel que sa coordonnée X = +9140

soit : $C = \dfrac{9140}{0{,}931707} = 9810$ les coordonnées du nouveau vecteur $\vec{r}_i$ deviennent : $\begin{vmatrix} 9140 \\ 2528 \\ -2566 \end{vmatrix}$

si nous comparons ce vecteur rayon réfléchi $\vec{r}_i$ par rapport à ce vecteur idéal : $\begin{vmatrix} 9140 \\ 2998 \\ -2540 \end{vmatrix}$

Le vecteur F_d partant du foyer F jusqu'au point d'aboutissement du rayon réfléchi portant le défaut de pointage est la somme : $\overrightarrow{FF_d} = \overrightarrow{FM_{9,12}} + \vec{r}_i$



$$\overrightarrow{FF_d} = \overrightarrow{FM_{9,12}} + \vec{r}_i = \begin{vmatrix} -9140 \\ -2998 \\ 2540 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 9140 \\ 2528 \\ -2566 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -470 \\ -26 \end{vmatrix}$$

Le défaut de pointage à corriger sera donc de 470 mm en Y et de 26 mm en Z.